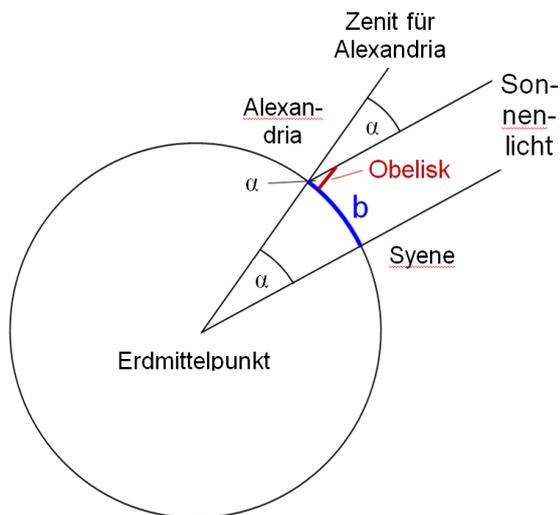


Bestimmung des Umfanges der Erde nach Eratosthenes

Platon (5./4. Jh. v. Chr.) wusste, dass die Erde keine Scheibe ist, sondern eine kugelähnliche Gestalt besitzen muss. Denn:

- Fährt ein Schiff auf hohe See hinaus, taucht zunächst der Rumpf unter den Horizont. Erst dann folgen die Segel.
- Die in Richtung Süden sichtbaren Sternbilder erscheinen in südlicheren Ländern höher über dem Horizont.
- Bei Mondfinsternissen ist der auf den Mond projizierte Erdschatten stets ein Kreis. Hier am 16. September 1997, kurz nach Mondaufgang. Foto: Lutz Clausnitzer



Aber wie groß ist die Erdkugel? Dazu ersann Eratosthenes von Kyrene 220 v. Chr. eine Methode zur Bestimmung ihres Umfanges. Er wusste, dass es in Ägypten nahe Syene, dem heutigen Assuan am oberen Nil, einen tiefen Brunnen gab, in dessen Wasseroberfläche sich am 21. Juni mittags die Sonne spiegelte. Zum gleichen Zeitpunkt maß er in Alexandria am Schatten eines Obeliskens eine um $\alpha = 7,2^\circ$ niedrigere Sonnenhöhe. Brunnen und Obelisk lagen $b = 835\text{km}$ voneinander entfernt und etwa auf dem gleichen Längengrad. Mit einer Verhältnisgleichung fand er den Erdumfang.

Aufgaben:

1. Der Mond steht der Erde im Mittel etwa 400-mal näher als die Sonne. Schätzen Sie anhand der oberen Abbildung das Verhältnis der Durchmesser von Erde und Mond ab. Beschreiben Sie, wo zum Zeitpunkt der Aufnahme die Sonne stand.
2. Beschreiben Sie die besondere geographische Lage des Brunnens. Errechnen Sie den von Eratosthenes gewonnenen Umfang und damit den Durchmesser der Erde. Diskutieren Sie die Abweichung zu modernen Werten.
3. Wenn die von dem Griechen gewählten Messpunkte beide 2000 km weiter nördlich gelegen hätten, wäre die Geometrie etwas komplizierter gewesen als in der Zeichnung dargestellt. Begründen Sie das und entwickeln Sie eine entsprechende Zeichnung.

Anregung für ein internationales Projekt: An zwei Orten soll die Mittagshöhe der Sonne gemessen und daraus der Umfang der Erde bestimmt werden. Ihr Heimatort sei einer der beiden. Der zweite sei 1000 km bis 2000 km südlich oder nördlich davon. Gewinnen Sie dafür eine ausländische Partnergruppe. Dokumentieren Sie die Zusammenarbeit in Wort und Bild und ermitteln Sie gemeinsam den Erdumfang. Werten Sie die Genauigkeit Eratosthenes' und Ihres Ergebnisses! Variante: Statt des Sonnenstandes kann an beiden Orten die Höhe ein und desselben Sterns zum Zeitpunkt seines Meridiandurchgangs gemessen werden. Präzise aufgestellte Fernrohre mit Fadenkreuz-Okularen ermöglichen sehr genaue Werte.

Lösungen:

1. Schätzt man in der Abbildung den Durchmesser des Mondes und des Erdschattens ab, kommt man auf ein Verhältnis von knapp 1:4. Weil die Erde zwischen Sonne und Mond sehr nahe am Mond steht, ist das Schattenbild der Erde nur unmerklich größer als die Erde selbst. Folglich ist das Durchmesser-Verhältnis Erde/Mond auch real knapp 4.

Bei einer Mondfinsternis liegen Sonne, Erde und Mond stets etwa auf einer Geraden. Weil der Mond im Bild in Horizontnähe zu sehen ist, muss die Sonne am gegenüberliegenden Horizont stehen.

2. Der Brunnen muss sich am nördlichen Wendekreis befinden.

$$u = \frac{360^\circ \cdot b}{\alpha} = \frac{360^\circ \cdot 835 \text{ km}}{7,2^\circ} = 41750 \text{ km}$$

$$d = u : \pi = 13289 \text{ km}$$

Der moderne Wert ist 12.742 km. Eratosthenes' Wert weicht nur um 4,3% davon ab.

3. Dann hätte die Sonne über keinem der beiden Messpunkte senkrecht gestanden (siehe Abb). Dann gilt $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$.

