es sich für die Lösung des zugehörigen homogenen LGSs gehört, – und in der Tat:

$$e^{-2} \cdot m_e^{\,0} \cdot \varepsilon_0^{\,1} \cdot h^1 \cdot c^1 =$$

$$\frac{\varepsilon_0 \cdot h \cdot c}{e^2} \approx \frac{137}{2} \approx \frac{1}{2 \cdot \alpha},$$

wobei α die dimensionslose Feinstrukturkonstante ist, der wir oben bereits begegnet sind.

Dass die allgemeine Lösung eines inhomogenen LGSs stets die Summe einer speziellen Lösung des inhomogenen LGSs und der allgemeinen Lösung des zugehörigen homogenen LGSs ist, erscheint so in neuem, unmittelbar einleuchtendem Licht: $x \cdot \vec{r}$ ist die allgemeine Lösung des homogenen LGSs, die die Dimension unangetastet lässt, den Zahlenwert der reziproken Länge Π_x aber um den Faktor $\left(\frac{137}{2}\right)^x$ verändert!

Zum Schluss ein Blick zurück auf den »Fall Planck«: Gibt es dort auch ein dimensionsloses Potenzprodukt, das vom homogenen LGS geliefert wird? Ja, aber nur ein triviales (!):

$$G^0 \cdot h^0 \cdot c^0\, [\cdot k^0] = 1 = m^0 \cdot kg^0 \cdot s^0\, [\cdot K^0].$$

Literatur

[1] J. D. Barrow: »Das 1 × 1 des Universums – Neue Erkenntnisse über Naturkonstanten«, rororo 2006. Dies soeben in der rororo-Science-Reihe erschienene Paperback-Bändchen enthält seinerseits eine Fülle von Literaturhinweisen zum Thema, zum Beispiel:

[2] C. M. Focken: »Dimensional Methods and their Applications«, London 1953

[3] P. Bridgman: »Dimensional Analysis«, New Haven 1922 (deutsch: »Theorie der physikalischen Dimensionen«, Leipzig 1932)

[4] R. Vaas: »Zahlen, die die Welt regieren«, Bild der Wissenschaft, 8, 2006, S. 43 ff.

http://www.physnet.uni-hamburg.de/ilp/de/praez05_06/Konst.pdf (20.05.06)
http://www.biologie.de/biowiki/Planck-Einheiten (20.05.06)
http://bvio.ngic.re.kr/Bvio/index.php?title=Planck_Scale (20.05.06)

Bernhard Arnold, Jahrgang 1944, war bis vor kurzem Lehrer für Mathematik und Physik am Bremer »Alten Gymnasium«. Einen Teil (den schönsten!) seiner Unterrichtsverpflichtung absolvierte er am »Olbers-Planetarium«, wo er Bremer Schulklassen den Sternenhimmel erklärte; dies darf er glücklicherweise auch im Ruhestand weiterhin tun … Er freut sich über Rückmeldungen (insbesondere zur Frage, ob sich das Thema »Planck-Einheiten und Lineare Gleichungssysteme« für den Unterricht eignet) an seine E-Mail-Adresse BernhArnold@web.de

Lutz Clausnitzer

Astronomieunterricht !

Notwendiger Bestandteil einer komplexen naturwissenschaftlichen Grundbildung

Im Ziel sind sich Bildungspolitiker, Wissenschaftler und Lehrer weitgehend einig: Schule muss Wissen, Werte und Kompetenzen vermitteln, vernetztes Denken entwickeln, die Schüler zu aktivem, schöpferischem und anwendungsorientiertem Lernen befähigen und möglichst Interesse an naturwissenschaftlichen und ingenieurtechnischen Berufen wecken. Doch die Vielfalt der Wege, die vermeintlich dort hin führen, erinnert an das Spektrum des weißen Lichts. Das mancherorts ins Leben gerufene Fach Naturwissenschaften scheint in der Praxis die Erwartungen nicht zu erfüllen. An dieser Stelle soll auf einen Weg aufmerksam gemacht werden, der die genannten Wünsche erfüllt, der insbesondere interdisziplinäres Arbeiten und Denken fördert, ohne die Fachsystematiken der einzelnen Wissenschaften zu vernachlässigen oder Schulorganisatoren und Lehrer zu überfordern. Dort, wo dieser Weg seit 48 Jahren gegangen wird, ist er nicht nur effizient, sondern findet nachweislich auch bei Schülern und Eltern besondere Anerkennung. Es handelt sich um das Unterrichtsfach Astronomie, welches 1959 in den allgemeinbildenden Schulen der DDR als Pflichtfach mit einer Wochenstunde in Klassenstufe 10 eingeführt wurde. Nach dem Beitritt zur Bundesrepublik Deutschland behielt man es in Thüringen, Sachsen, Sachsen-Anhalt und Mecklenburg-Vorpommern bewusst bei. Aus gegebenem Anlass wurde es 2001 bis 2007 auf Herz und Nieren geprüft. In 200 (!) Gutachten, Studien und Erfahrungsberichten wurde es hinsichtlich seines Bildungswertes und seines pädagogischen Potenzials tiefgründig untersucht. Einige Ergebnisse seien hier im bildungspolitischen Kontext vorgestellt und sollen all jenen eine Anregung sein, die Naturwissenschaften Lehren oder/und zukunftsorientierte Bildung mitgestalten wollen.

2001 dachte man in Vorbereitung einer Lehrplanreform im Sächsischen Staatsministerium für Kultus darüber nach, ob man das Unterrichtsfach Astronomie in Klasse 10 fortführen solle oder sich in Angleichung an die westlichen Bundesländer auf die Vermittlung einer Auswahl astronomischer Themen in anderen Fächern beschränken könne. Dazu wurde beim Comenius-Institut (CI), dem heutigen Sächsischen Bildungsinstitut (SBI), ein Gutachten in Auftrag gegeben. Es wog beide Varianten gewissenhaft gegeneinander ab und empfahl *»die Beibehaltung und weitere Qualifizierung eines eigenständigen Unterrichtsfaches Astronomie im zehnten Schuljahr aus folgenden Gründen: 1. Die Astronomie besitzt ein hohes Maß an Eigenständigkeit und kann nicht unbeschadet in die Systematik anderer Fächer übertragen werden. 2. Das Fach Astronomie nutzt das Wissen anderer Fächer und fördert das Bewusstsein für Multiperspektivität und damit das Interesse an Zusammenhängen.«* Alle fünf außerdem vorhandenen wissenschaftlichen Stellungnahmen kamen mit ähnlichen Begründungen zum gleichen Schluss. Auf die Vorteile des Faches verweisend schrieb beispielsweise der 1. Vorsitzenden der MNU, Arnold a Campo, an das sächsische Kultusministerium: *»Das eigenständige Fach Astronomie hat deshalb auch Vorbildwirkung für die ›alten‹ Bundesländer erlangt.«* Der einhelligen Fachmeinung entgegen beschloss man am 31. Mai 2002, das Fach 2007 in Sachsen aufzugeben. Dieser Regierungsbeschluss rief neben Wissenschaftlern unterschiedlicher Disziplinen nicht nur die Astronomische Gesellschaft, sondern auch die Deutsche Physikalische Gesellschaft (DPG), die Deutsche Gesellschaft für Geographie (DGfG) und elf Raumfahrtverbände auf den Plan, die gegenüber der sächsischen Staatsregierung Einspruch erhoben. In den folgenden Jahren legten 100 Lehrerkollegien sächsischer Schulen in 25 Sammelpetitionen 2500 Lehrerunterschriften gegen die Abschaffung des Faches vor. Bemerkenswert erscheint, dass auch Eltern und Schüler ihren Standpunkt mit zahlreichen Bürgerinitiativen dokumentierten, in denen über 30 000 Unterschriften für den Erhalt des Faches gesammelt wurden. Etwa 15 Artikeln in der lokalen Presse und ca. 50 Leserbriefen war die außergewöhnliche Anteilnahme der Bevölkerung zu entnehmen, wobei nicht nur der Verlust astronomischer Kenntnisse beklagt, sondern auch auf die kulturhistorische Bedeutung der Astronomie, die Zukunft der Raumfahrt und die Notwendigkeit hingewiesen wird, junge Menschen zum kritischen Umgang mit astrologischen Offerten der Medien zu befähigen. Das werde in der Regel nur dort umgesetzt, wo die Astronomie reguläres Unterrichtsfach ist. Die Vorsitzende des Kreiselternrates Löbau-Zittau, ANKE BURGOLD, schrieb in der Freien Presse Chemnitz: *»Nicht nur Wissenschaftler und Lehrer, sondern auch wir Eltern fordern den Erhalt des Unterrichtsfaches Astronomie. Insbesondere erwarten wir, dass unsere Kinder in Astronomie weiterhin von speziell qualifizierten Lehrern unterrichtet werden, wie das in den anderen Naturwissenschaften Biologie, Physik und Chemie auch der Fall ist.«* Ebenso engagierten sich der Sächsische Lehrerverband, der Landesschülerrat und der MNU-Landesverband Sachsen für das Fach. Da die Regierung nicht einlenkte, setzten die Dresdner Oppositionsparteien eine öffentliche Expertenanhörung im Sächsischen Landtag durch. Obwohl es den Regierungsparteien möglich war, mindestens jeden zweiten Sachverständigen selbst zu benennen, sprachen sich sieben von neun vehement für den Erhalt des Faches aus. Sogar der frühere Kultusminister MATTHIAS RÖSSLER, unter dem der Beschluss einst gefasst worden war, räumte eine Fehlentscheidung ein. Zudem steht der Beschluss im Widerspruch zur Absichtserklärung des heutigen Kultusministers, STEFFEN FLATH, die Naturwissenschaften stärken zu wollen. Weil Sachsens politische Führung aber trotz allem ein Überdenken des Beschlusses ablehnte, verloren seine Schüler mit Beginn des Schuljahres 2007/2008 eines ihrer beliebtesten Fächer. RAINER GRÜNDEL, Lehrer eines Erprobungsgymnasiums, in dem die neuen Pläne schon ein Jahr früher eingeführt wurden, urteilte am 13. Juli 2007 in der Leipziger Volkszeitung: *»Der gravierendste Nachteil der neuen Organisationsformen besteht aber darin, dass astronomische Inhalte nicht mehr im Zusammenhang, sondern in Fragmenten vermittelt werden. Die Fachsystematik der ältesten Naturwissenschaft der Menschheit ist so nicht mehr vermittelbar. Astronomie in der 10. Klasse war außerdem fächerübergreifender Unterricht, wie es Bildungspolitiker sonst immer propagieren. Durch das Zerstückeln des Faches Astronomie ist auch eine Plattform, auf der die Schüler alle Naturwissenschaften, Technik, Geschichte und Philosophie miteinander verknüpft sahen, zerbrochen.«*

Es darf der Umkehrschluss gezogen werden, dass in Ländern ohne regulärem Astronomieunterricht durch seine Einführung einerseits die Fachsystematik und die kulturprägende Bedeutung einer grundlegenden Naturwissenschaft vermittelt werden könnten und andererseits eine historisch gewachsene (!) Plattform für fächerübergreifendes Arbeiten entstünde. Diese Mehrfachfunktion verleiht dem Fach einzigartige Möglichkeiten hocheffektiven Wissens- und Kompetenzerwerbs. Deshalb ruft der so genannte Professorenbrief vom 12.12.2006 dazu auf, das Fach Astronomie in all jenen Bundesländern, wo es noch nicht existiert, zu etablieren. Die 114 Professoren und drei weiteren Wissenschaftler, die bei weitem nicht alle aus astronomischen Instituten kommen, schreiben an Bundesgremien und die Länderparlamente: *»Wegen ihrer zunehmenden Bedeutung und ihres positiven Einflusses auf die Lernmotivation der Schüler sollte die Astronomie zwar auch stärker in andere Fächer einfließen, ihr wissenschaftliches und pädagogisches Potenzial entfaltet sie aber besonders dann, wenn sie gegen Ende der Sekundarstufe I als eigenständiges Unterrichtsfach in Erscheinung tritt.«* Im Schlussteil wendet sich der Brief an die Verantwortlichen in Sachsen und empfiehlt, man solle *»das Pflichtfach Astronomie als zukunftsweisende Errungenschaft sehen, es bewahren und weiter qualifizieren, die Ausbildung von Astronomielehrern wieder aufnehmen und seine beispielgebenden Erfahrungen anderen Ländern zur Verfügung stellen. Das wäre ein bedeutender Beitrag zur Förderung zukunftsorientierter Bildung in Deutschland und darüber hinaus.«* In einer *»Erläuterung zum Professorenbrief«* werden weitere Erfahrungen dokumentiert. Anhand einer Befragung wird belegt, dass und warum bisher nur jene Bundesländer auf eine nennenswerte astronomische Schulbildung verweisen können, in denen die Astronomie als eigenständiges Pflichtfach etabliert ist. Die Himmelskunde ist so umfassend und schnelllebig geworden, dass sich Lehrer anderer Fächer einen ansprechenden Astronomieunterricht als Wahlpflichtthema, Arbeitsgemeinschaft oder Oberstufenkurs mit Recht nur in Ausnahmefällen zutrauen. Deshalb bieten in jenen Ländern, in denen es das Fach noch nicht gibt, nur wenige Schulen ihren Schülerinnen und Schülern eine nennenswerte astronomische Bildung an. Das Problem ist aber lösbar! Führt man die Astronomie als Pflichtfach ein, muss sich jede Schule um einen Astronomielehrer bemühen. Das forciert die Ausbildung von Astronomielehrern – z. B. für Physik- und Geografielehrer als Drittfach im Fernstudium – und führt letztendlich dazu, dass das Gros der Schüler eine astronomische Grundbildung erhält und zudem in den Genuss der eingangs genannten Vorteile dieses Faches kommt. Dass diese Strategie funktioniert, konnte man in den 60er bis 80er Jahren in Ostdeutschland beobachten. Die Jahreshauptversammlung der Raumfahrtausstellung Morgenröte-Rautenkranz resümierte 2005 nicht umsonst: *»Die Astronomie als Pflichtfach zu etablieren, war keine DDR-Marotte, die es zu liquidieren gilt, sondern eine weitsichtige Entscheidung, die es mehr denn je zu erhalten und weiterzuentwickeln gilt! … Längst ist vielen klar, dass die Astronomie als Thema in einem anderen Fach oder als Arbeitsgemeinschaft in wenigen Schulen nicht mehr tragfähig ist.«* Da das Schulfach

Astronomie *»viele Wissenschaftler und Lehrer aus ganz Deutschland als richtungsweisend ansehen, sollte man eher darüber nachdenken, ob die herausragenden Bildungswerte dieses Faches nicht in zwei Wochenstunden dieser Klassenstufe noch besser zum Tragen kämen«*, so GUDRUN WOLFSCHMIDT, Professorin für Geschichte der Naturwissenschaften, Mathematik und Technik an der Universität Hamburg. Das in der Sekundarstufe I etablierte Fach Astronomie käme auch den in einigen Bundesländern schon seit langem möglichen Oberstufenkursen Astronomie oder Astrophysik zu gute. Erstens könnte auf Vorleistungen aufgebaut werden und zweitens könnten die Kurse bei flächendeckend vorhandenen Astronomielehrern natürlich auch wesentlich häufiger angeboten werden.

Die ProAstro-Landesverbände Berlin, Brandenburg, Hessen und Sachsen, sowie erste Mitstreiter weiterer Bundesländer sehen den Professorenbrief als Vermächtnis, wollen ihn mit Leben erfüllen und an seiner Umsetzung mitwirken. Alle, die zukunftsorientierte Schule verantwortungsbewusst mitgestalten, werden um Unterstützung gebeten. Die gemeinsame Internet-Adresse der ProAstro-Landesverbände ist *www.astronomieunterricht.de*. Dort können auch der Professorenbrief und weitere Grundsatzpapiere zum Thema heruntergeladen werden. Weitere Dokumente, aus denen zitiert wurde, finden sich unter *www.ProAstro-Sachsen.de*.

Im Auftrag der ProAstro-Landesverbände Berlin, Brandenburg, Hessen und Sachsen:
Diplomlehrer LUTZ CLAUSNITZER, Geschwister-Scholl-Gymnasium Löbau, An der Siedlung 20, 02708 Obercunnersdorf, mail@lutz-clausnitzer.de

Diskussion und Kritik

PAUL WEISENHORN

Zu: Gleichgewichtslagen beim Kettenkarussell

(G. ADAM in MNU 59 (2006) Nr. 8, 499–502)

Zu dem sehr detaillierten Artikel von GERHARD ADAM über Gleichgewichtslagen beim Kettenkarussel möchte ich Folgendes anmerken:
Ausgehend vom Winkelbereich $-180° \le \alpha \le 180°$ müsste man die zwei Wurzelgleichungen

$$\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = 1 + 3\cdot\sin\alpha$$

mit $\alpha \in \{-90° \ldots 90°\}$

$$\frac{-\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = 1 + 3\cdot\sin\alpha$$

mit $\alpha \in \{-180° \ldots -90°\} \cup \{90° \ldots 180°\}$

benutzen.
Die durch Quadrieren entstandene Gleichung $9x^4 + 6x^3 - 7x^2 - 6x - 1 = 0$ besitzt die 4 Lösungen $x_1 = 0{,}9687$; $x_2 = -0{,}5567$; $x_3 = -0{,}8307$; $x_4 = -0{,}2480$. Einsetzen in die Wurzelgleichungen zeigt, dass x_1, x_2, x_3 zur ersten und x_4 zur zweiten Gleichung gehört.
Für die Schüler ist das Zeichnen der Schaubilder von $\tan\alpha$ und von $1 + 3\sin\alpha$ der anschaulichere Weg, auch für den allgemeineren Fall $1 + k\sin\alpha$, wie die Abbildung 1 sowie die daraus gewonnene Tabelle 1 zeigt.
Für das Berühren der Schaubilder gilt: $\tan\alpha = 1 + k\cdot\sin\alpha$ und $1/\cos^2\alpha = k\cdot\cos\alpha$; daraus folgt $\alpha = -45°$ und $k = 1/\cos^3\alpha = 2\sqrt{2}$.

Zum Auffinden der Schnittpunkte kommt man mit dem Newton-Verfahren bei geeigneten Startwerten aus Abbildung 1 problemlos zum Ziel, wie aus der Tabelle 2 zu entnehmen ist.

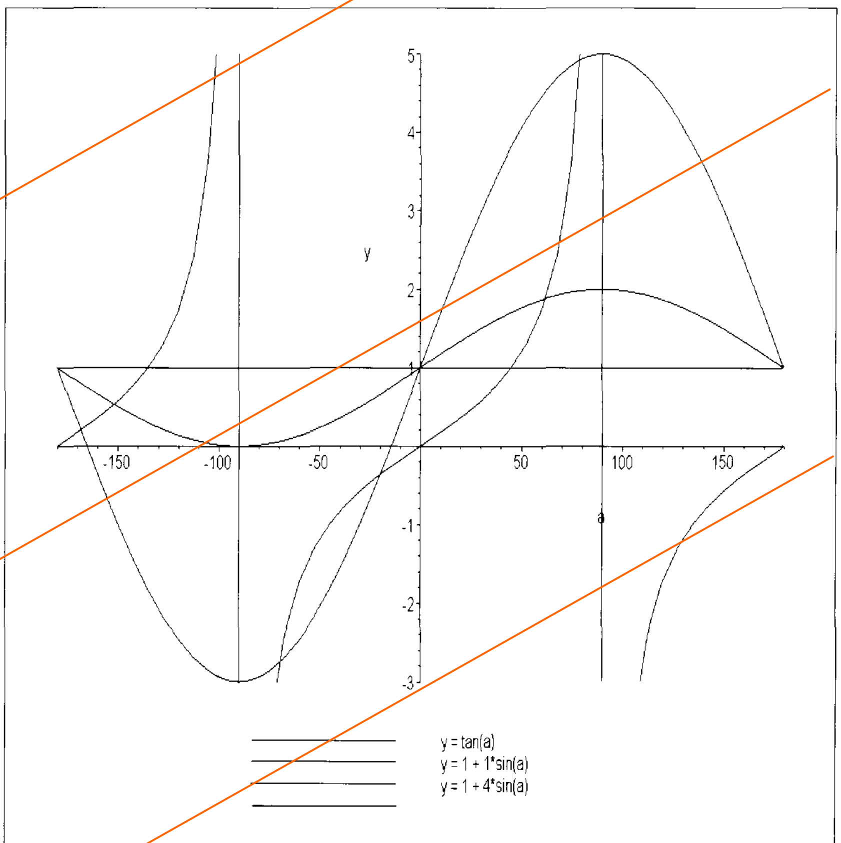

Abb. 1.

MNU 61/2 (1. 3. 2008) Seiten 118–120 ISSN 0025-5866

„Zeitschrift des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts“ 2008/4, S.242

Diskussion und Kritik

Zu: Astronomieunterricht

(L. Clausnitzer in MNU **61** (2008), Nr. 2, 116–118)

Zum Beitrag von L. Clausnitzer haben uns viele Zuschriften erreicht, die alle die Vorschläge und Argumentationen des Autors unterstützen. Da sie keine grundsätzlich neuen Argumente enthalten, werden hier nur einige Auszüge wiedergegeben:

»… denn seit Jahrzehnten greifen Weltraumforschung und Weltraumfahrt, die zu großen Teilen auf der Astronomie beruhen, in progressiv wachsendem Maße in Wissenschaft, Technik und Wirtschaft ein und verlangen daher auch gebührende Berücksichtigung in der Bildung. (Dr. Ludwig Grunwaldt, Potsdam).

»Keine Wissenschaft vereinigt mehr Disziplinen wie die Astronomie, der sich neben den eben erwähnten Disziplinen noch die Astrophysik, Himmelsmechanik und weitere hinzugesellen. Es gibt sogar eine AstroInformatik und Rechner, deren Hardware und Betriebssystem speziell zur Lösung astronomischer Probleme konstruiert wurde.« (Dr. Erik Wischnewski, Kaltenkirchen)

»Während man sich vielerorts mit mehr oder weniger Erfolg an neuen Möglichkeiten interdisziplinäres Arbeitens versucht, ist das Unterrichtsfach Astronomie wahrscheinlich die überhaupt beste Organisationsform, in der die Schülerinnen und Schüler vernetztes Denken erlernen können. Zudem ist es eine Organisationsform, die mancherorts seit fast einem halben Jahrhundert erfolgreich praktiziert wird.« (Jens Briesemeister, Nürtingen)

HSL

Wolfgang Kroll

Zu: Eine anschauliche Lösung des Rencontre-Problem

(A. Pilatus in MNU **61** (2008) Nr. 1, 16–19)

Die Autorin weist einen schönen Weg, wie man mit schulischen Mitteln sehr anschaulich zu Rekursionsformeln gelangen kann, bedauert aber, dass der vollständige Beweis nur mit dem Instrument der erzeugenden Funktionen möglich sei. Ich werde im Folgenden zeigen, dass die üblichen gymnasialen Methoden ausreichen.

Um die entscheidende Formel (4)

$$a_0(n) = na_0(n-1) + (-1)^n \tag{4}$$

und damit alles Übrige herzuleiten, liegt es gemäß (1) nahe, den Term

$$(i+1)a_{i+1}(n+1)$$

zu betrachten und anhand der aufgestellten Tabelle 2 mit $a_i(n)$ zu vergleichen. So gelangt man zu der Vermutung:

$$(i+1)a_{i+1}(n) - a_i(n) = (-1)^{n+1-i}\binom{n}{i}$$

für alle $n, i \geq 0$. $\qquad (*)$

Dabei stellen wir uns vor, dass die Tabelle oberhalb der Hauptdiagonalen durch lauter Nullen ergänzt worden ist, entsprechend der Tatsache, dass mehr als n Rencontres bei n Karten unmöglich sind.

Wir beweisen $(*)$ durch vollständige Induktion nach n. Im ersten Schritt ist zu zeigen, dass $(*)$ für $n = 0$ und alle $i \geq 0$ gilt. Nun ist

$$a_i(0) = 0 \text{ und } a_0(0) = 1.$$

Also stimmt die linke Seite von $(*)$ mit der rechten Seite überein, falls $i = 0$ ist. Für $i > 0$ aber ist $(*)$ trivialerweise erfüllt, da in diesem Fall sowohl die linke als auch die rechte Seite von $(*)$ verschwinden.

Im zweiten Schritt ist zu zeigen, dass unter der Voraussetzung von $(*)$ für ein n und alle $i \geq 0$ dann auch $(*)$ für $n+1$ und alle $i \geq 0$ gilt.

Demgemäß betrachten wir

$$(i+1)a_{i+1}(n+1) - a_i(n+1) \text{ für } i \geq 0$$

und ersetzen in diesem Term $a_{i+1}(n+1)$ sowie $a_i(n+1)$ mittels (1)

$$a_{i+1}(n+1) = \frac{n+1}{i+1}\,a_i(n) \tag{1}$$

durch $(n+1)a_i(n)$ bzw. $\frac{n+1}{i}\,a_{i-1}(n)$.

Klammern wir noch aus, so folgt

$$(i+1)a_{i+1}(n+1) - a_i(n+1) =$$

$$\frac{n+1}{i}\,(ia_i(n) - a_{i-1}(n)).$$

Auf den Klammerterm können wir nun die Induktionsvoraussetzung anwenden, da sie für alle $i \geq 0$ gilt. Hieraus folgt

$$(i+1)a_{i+1}(n+1) - a_i(n+1) =$$

$$\frac{n+1}{i}\,(ia_i(n) - a_{i-1}(n)) =$$

$$\frac{n+1}{i}\,(-1)^{n-i}\binom{n}{i-1} = (-1)^{n-i+2}\binom{n+1}{i},$$

das heißt die Induktionsbehauptung.

Zum Beweis von (4) ist es jetzt nur noch ein kleiner Schritt. Zunächst beachten wir, dass (2)

$$a_i(n) = \binom{n}{i}\,a_0(n-i) \tag{2}$$

auch für $i = 0$ gilt. Dann können wir in $(*)$ $a_{i+1}(n)$ und $a_i(n)$ unter Beschränkung auf $n \geq 1$ durch

$$\binom{n}{i+1}\,a_0(n-i-1) \text{ bzw. } \binom{n}{i}\,a_0(n-i)$$

ersetzen. Auf diese Weise erhalten wir zunächst

$$(i+1)\binom{n}{i+1}\,a_0(n-i-1) - \binom{n}{i}\,a_0(n-1) =$$

$$(-1)^{n+1-i}\binom{n}{i}$$

und die Spezialisierung auf $i = 0$ ergibt nach einfacher Umstellung (4).

Prof. Wolfgang Kroll, In der Lache 5, 35094 Lahntal

MNU 61/4 (1. 6. 2008) Seiten 242–245 ISSN 0025-5866